

There is a well-known relation between Lotka-Volterra systems and graphs. For a Lotka-Volterra system we associate the directed graph with adjacency matrix the interaction matrix of the system. It is clear that two isomorphic graphs correspond to isomorphic Lotka-Volterra systems in the sense that there is a simple smooth map between their phase space which preserves their usual Hamiltonian structure. We prove that the inverse is also true, namely that two Lotka-Volterra systems are isomorphic if and only if their corresponding graphs are isomorphic. In order to prove that result we introduce the central notion of decloning of Lotka-Volterra systems and we prove that upon decloning, integrability (or non-integrability) is preserved.

This powerful result can be used for classifying the Lotka-Volterra systems having a specific property by translating the property, and working on graphs which is usually easier. We classify, using the above result, all Lotka-Volterra systems having the Kahan-Poisson property which means that their Kahan map is Poisson with respect to the original Poisson structure of the system.

-----

Υπάρχει μία γνωστή σχέση μεταξύ συστημάτων Lotka-Volterra και γραφημάτων: Σε κάθε τέτοιο σύστημα αντιστοιχούμε το γράφημα του οποίου ο πίνακας γειτνίασης είναι ο πίνακας αλληλεπίδρασης του συστήματος. Είναι εύκολο να δει κάποιος ότι δύο συστήματα των οποίων τα αντίστοιχα γραφήματα είναι ισομορφικά τότε είναι τα ίδια τους ισομορφικά υπό την έννοια ότι υπάρχει μία αντιστρέψιμη ομαλή απεικόνιση από τον χώρο φάσης του ενός στον χώρο φάσης του άλλου και η οποία διατηρεί τη συνηθισμένη Χαμιλτονιανή δομή των συστημάτων. Σε αυτή τη δουλειά δείχνουμε ότι ισχύει και το αντίστροφο, ότι δηλαδή δύο μη ισομορφικά συστήματα έχουν γραφήματα τα οποία δεν είναι ισομορφικά. Αυτό το αποτέλεσμα μας επιτρέπει να ταξινομήσουμε συστήματα με κάποια συγκεκριμένη ιδιότητα, μεταφράζοντας την σε ιδιότητα γραφημάτων και δουλεύοντας με αυτά το οποίο είναι συνήθως πιο εύκολο. Το κάνουμε αυτό για τα συστήματα τα οποία έχουν την ιδιότητα Kahan-Poisson και δείχνουμε ότι πέραν των γνωστών παραδειγμάτων δεν υπάρχουν άλλα τα οποία να έχουν αυτή την ιδιότητα.