# Διάλεξη # 3

## Υπολογισμος Πιθανότητας

Όταν ο αριθμός των δυνατων αποτελεσμάτων είναι μεγάλος (ρίψη 3 ζαριών) τότε υπάρχουν πολλά σύνθετα ενδεχόμενα. Ο τρόπος για να υπολογίσουμε πιθανότητες τέτοιων ενδεχομένων είναι πρώτα να προσδιορίσουμε τις πιθανότητες των απλών ενδεχομένων ($1^o$ στοιχείο/ζάρι) $E_i$ και μετά αν Α είναι σύνθετο ενδεχόμενο η
$P(A)=\sum P(E_i)$ για όλα τα $E_i$

Παράδειγμα: Ρίψη ζαριού $S=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $E_i=\{i\}$ i=1, 2, 3, 4, 5, 6
Ας υποθέσουμε ότι το ζάρι κατασκευάζεται έτσι ώστε οι άρτοι αριθμοί να είναι 2 φορές πιο πιθανό από τους περιτττούς:

$$\left.\begin{array}{ll} 3\rho=\rho+\rho+\rho & P(E_1)=P(E_3)=P(E_5)=\rho \\ 6\rho=2*3\rho=2(\rho+\rho+\rho) & P(E_2)=P(E_4)=P(E_6)=\rho \end{array}\right\} \begin{array}{l} 3\rho+6\rho=1 \\ \rho=1/9 \end{array}$$

- $A=\{\text{αποτέλεσμα άρτιο}\}=E_2\cup E_4\cup E_6$
  $P(A)= P(E_2)+P(E_4)+P(E_6)=2/9+2/9+2/9=2/3$
- $B=\{\text{αποτέλεσμα } \leq 3\}= E_1\cup E_2\cup E_3$
  $P(B)= P(E_1)+P(E_2)+P(E_3)=1/9+2/9+1/9=4/9$

## Ισοπίθανα Ενδεχόμενα

Αν έχω Ν δυνατά αποτελέσματα από ένα πείραμα, τότε είναι λογικό να αντιστοιχώ πιθανότητα 1/Ν σε όλα τα απλά ενδεχόμενα.

ρίψη νομίσματος → 1/2
ρίψη ζάριου → 1/6

Τότε αν Α σύνθετο ενδεχόμενο με Ν(Α) δυνατά αποτελέσματα έχω:

$$P(A)=\sum_{\substack{\text{Για όλα τα} \\ E_i \text{ στο Α}}} P(E_i)=\frac{1}{N} * N(A)=\frac{\#\text{ σημείων στο Α}}{\#\text{ σημείων στο Ν}}$$

Παράδειγμα: ρίψη 2 ζαριών N=36→ Όλα τα απλά ενδεχόμενα έχουν πιθανότητα 1/36
$A=\{\text{άθροισμα}=7\}=\{(1,6),(6,1),(5,2),(2,5),(3,4),(4,3)\}$
$P(A)=6/36=1/6$

## Συνδυαστική

Όταν ο Δειγματικός χώρος S είναι μεγάλος χρειαζόμαστε κάποιες μεθόδους για να υπολογίσουμε το Ν (Ν:# στοιχείων στο S)
Ο $1^{ος}$ κανόνας μέτρησης εφαρμόζεται όταν ένα σύνολο έχει διατεταγμένα ζευγάρια και θέλουμε να μετρήσουμε πόσα είναι αυτά.
Διατεταγμένο Ζεύγος σημαίνει ότι αν $O_1$ και $O_2$ είναι αποτελέσματα του πειράματος τότε $(O_1,O_2)\neq(O_2,O_1)$.

Παράδειγμα: Αν κάποιος πάει από Λάρνακα στο Λονδίνο μέσω Αθήνας.
K=Κυπριακές Αερογραμμές O=Ολυμπιακή.
(K,O) , (K,K) , (O,O) , (O,K).

Πρόταση: Αν το $1^o$ αποτέλεσμα του διατεταγμένου ζεύγους μπορεί να απιλυθεί κατά $\underline{n_1}$ τρόπους και το $2^o$ μπορεί κατά $\underline{n_2}$ τρόπους, τότε ο ολικός αριθμός ζεύγων είναι $\underline{n_1 * n_2}$.

Παραδείγματα:

(1) Ένας φοιτητής θέλει να πάει δύο χρόνια σε ένα κολλέγιο κια μετά ανεπιστήμιο. Υπάρχουν 4 διαθέσιμα κολλέγια και 3 διαφορετίκα πανεπιστήμια.

$$\left.\begin{array}{ll}\text{Κολλέγια} & 1\ 2\ 3\ 4\\ \text{Πανεπιστήμια} & a\ b\ c\end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{ccc}(1,a) & (1,b) & (1,c)\\ (2,a) & (2,b) & (2,c)\\ (3,a) & (3,b) & (3,c)\\ (4,a) & (4,b) & (4,c)\end{array}\right\} \; 4x3=12$$

(2) Ιδιοκτήτης σπιτιού μπορεί να διαλέξει ανάμεσα σε 12 υδραυλικούς και 9 ηλεκτρολόγους.
$n_1=12$ $n_2=9$ $N= n_1 * n_2=12*9=108$
Επιπλέον επιθυμεί να τοποθετήσει νέα κουζίνα και υπάρχουν 5 διαθέσιμοι πωλητές
$N=12*9*5=540$

Έχουμε πιο γενικά την κ-άδα $(O_1,\ldots,O_κ)$.
Αν το $1^o$ αποτέλεσμα έχει $n_1$ τρόπους να πραγματοποιηθεί

$$\left.\begin{array}{ll} 2^o & n_2\\ \cdot & \\ \cdot & \\ \cdot & \\ κ & n_κ\end{array}\right\} \quad \text{Τότε έχω } n_1, n_2,\ldots, n_κ \text{ ολικό αριθμό κ-άδων}$$

(3) Μια κλινική έχει 2 παιδίατρους, 5 παθολόγους, 4 χειρούργους και 4 οφθαλμίατρους.

Άρα έχουμε 2x5x4x4=160 τρόπους να διαλέξουμε γιατρούς όλων των ειδών που υπάρχουν στην κλινική.