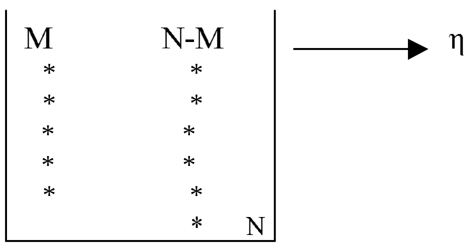
<u>Υπεργεωμετρική Τυχαία Μεταβλητή</u>

- Ο πληθυσμός αποτελείται από Ν αντικείμενα (δηλαδή είναι πεπερασμένος πληθυσμός)
- Κάθε μονάδα χαρακτηρίζεται ως (Ε) ή (Α) → Αποτυχία

  (Ε) ↓ Επιτυχία

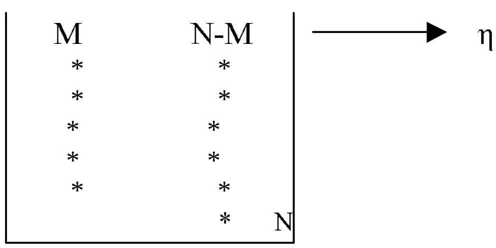
- Θεωρούμε ότι έχουμε Μ (Ε) , Ν-Μ (Α)
- Διαλέγουμε υποσύνολο μεγέθους η, <u>χωρίς επανατοποθέτηση.</u>



Η τυχαία μεταβλητή Χ = # (Ε) στο δείγμα μεγέθους η, ονομάζεται **Υπεργεωμετρική.**

<u>Παράδειγμα:</u>

1)



N=20 μπάλες
M=8 κόκκινες (E)
N-M = 12 μπλέ
η=5 (αυτές που διαλέγω) Χ=0,1,2,3,4,5.

$$P(X = 2) = \frac{\binom{8}{2}\binom{12}{3}}{\binom{20}{5}}$$

$$P(X = 3) = \frac{\binom{8}{3}\binom{12}{2}}{\binom{20}{5}}$$

Γενικότερα:

$$P(X=\chi)=\frac{\binom{M}{\chi}\binom{N-M}{\eta-\chi}}{\binom{N}{\eta}}$$

για εκείνα τα χ για τα οποία είναι συνάρτηση μάζας πιθανότητας.

2) Έστω ότι υπάρχουν 25 αγρινά σε μια περιοχή εκ των οποίων 5 είναι σημαδεμένα για προστασία , και παίρνω δείγμα μεγέθους 10. Έστω X τ.μ. = # σημαδεμένων.

X= υπεργεωμετρική, M=5, η=10

$$P(X=2)=\frac{\binom{5}{2}\binom{20}{8}}{\binom{25}{10}}=0.385$$

$$P(X\le 2)=P(X=0)+P(X=1)+P(X=2)=0.699$$

Για την υπεργεωμετρική τ.μ. ισχύει ότι:

$$\alpha)E(X)=\eta.\frac{M}{N}$$

$$\beta)Var(X)=\left(\frac{N-\eta}{N-1}\right)\eta.\frac{M}{N}.\left(1-\frac{M}{N}\right)$$

Για το προηγούμενο παράδειγμα (2) E(X) = 2, Var(X)=1

Poisson τυχαία μεταβλητή

Μια τυχαία μεταβλητή Χ ακολουθεί την κατανομή Poisson, με παράμετρο λ αν :

$$\mathrm{P}(\mathrm{X} = \chi) = \frac{e^{-\lambda} . \lambda^{\chi}}{\chi!}$$

χ=0,1,2,3,…..

Συμβολισμός: Χ~ P(λ)

Χ = # αφίξεων
λ = # αφίξεων / χρονικό διάστημα

Παράδειγμα:

1) Χ = # πελατών σε μια τράπεζα για εξυπηρέτηση
   λ= 5 πελάτες / μισή ώρα
   Χ ~ P(λ=5)

$$\mathrm{P}(\mathrm{X} = 2) = \frac{e^{-5}.5^{2}}{2!} = 0.084$$

$$\mathrm{P}(\mathrm{X} \le 2) = \mathrm{P}(\mathrm{X} = 0) + \mathrm{P}(\mathrm{X} = 1) + \mathrm{P}(\mathrm{X} = 2) = \frac{e^{-5}.5^{0}}{0!} + \frac{e^{-5}.5^{1}}{1!} + \frac{e^{-5}.5^{2}}{2!} = 0.125$$

$$\mathrm{P}\left(\mathrm{X} = 3 \middle/ \lambda = 10\right) = \frac{e^{-10}.10^{3}}{3!} + \ldots\ldots$$

$$\mathrm{P}\left(\mathrm{X} \ge 10 \middle/ \lambda = 20\right) = 1 - \mathrm{P}\left(\mathrm{X} < 10 \middle/ \lambda = 20\right) = 1 - \sum_{\Delta=0}^{2} \frac{e^{-20}.20^{\mathrm{X}}}{\mathrm{X}!} = \ldots.$$

Για Χ~ P(λ) ισχύει το εξής: E(X) = Var(X) =λ

Παράδειγμα:

1) Έστω Χ = # σεισμών για μια περιοχή
Χ~ P(λ=8/έτος)

$$\alpha) P(X \le 5) = P(X = 0) + \ldots + P(X = 5) = \frac{e^{-8}.8^0}{0!} + \ldots + \frac{e^{-8}.8^5}{5!} = 0.191$$

$$\beta) P(6 \le X \le 9) = P(X = 6) + \ldots + P(X = 9) = \frac{e^{-8}.8^6}{6!} + \ldots + \frac{e^{-8}.8^9}{9!} = 0.526$$

$$\gamma) E(X) = Var(X) = 8$$

$$\delta) \sigma(X) = \sqrt{8} = 2.83$$

Ισχυεί το παρακάτω:

Χ~Bin(n,p)

$$\left.\begin{array}{l} \eta \to \infty \\ \\ \rho \to 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \eta.\rho = \lambda > 0$$

Παράδειγμα:

Χ~Bin(η=400,p=5/1000)

$$P(X = 1) = \binom{400}{1} . \left(\frac{5}{1000}\right)^1 . \left(\frac{995}{1000}\right)^{399}$$

$$\lambda = \eta.\rho = 400.\frac{5}{1000} = 2 \cong \frac{e^{-2}.2^1}{1!} = 0.271$$