ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟΥ #4

1. 70% των αεροπλάνων που εξαφανίζονται σε καποια χώρα ανακαλύπτονται στην συνέχεια. Από αυτά που ανακαλύπτονται, 60% έχουν έναν βοηθητικό μηχανισμό, ενώ 90% από τα αεροπλάνα που δεν ανακαλύπτονται δεν έχουν αυτό τον μηχανισμό. Έστω ένα εξαφανισμένο αεροπλάνο.

α) Αν έχει έναν βοηθητικό μηχανισμό ποια είναι η πιθανότητα να μην βρεθεί;

β) Αν δεν έχει τον βοηθητικό μηχανισμό ποια είναι η πιθανότητα να ανακαλυφθεί;

ΛΥΣΗ

Θέτουμε τα εξής ενδεχόμενα :

A=(έχει βοηθητικό μηχανισμό)

B=(δεν έχει βοηθητικό μηχανισμό)

C=(ανακαλύπτονται)

D=(δεν ανακαλύπτονται) και επίσης έχουμε : $P(C)=0.7$, $P(D)=0.3$, $P(A|C)=0.6$, $P(B|D)=0.9$, $P(B|C)=0.4$ και $P(A|D)=0.1$ από την εκφώνηση

α) $P(D|A)=P(D\cap A)/P(A)=P(A|D)\cdot P(D)/(P(A\cap D)+P(C\cap A))=$
$P(A|D)\cdot P(D)/(P(A|D)\cdot P(D)+P(A|C)\cdot P(C)=0.1\cdot 0.3/(0.1\cdot 0.3+0.6\cdot 0.7)=1/15$

β) $P(C|B)=P(C\cap B)/P(B)=P(B|C)\cdot P(C)/(P(C\cap B)+P(B\cap D))=$
$P(B|C)\cdot P(C)/(P(B|C)\cdot P(C)+P(B|D)\cdot P(D))=0.4\cdot 0.7/0.4\cdot 0.7+0.9\cdot 0.3=0.28/0.55$

2. Ο X έχει δύο αυτοκίνητα, ένα μικρό και ένα μεγάλο. Τρια τέταρτα των φορών, οδηγεί το μικρό αυτοκίνητο. Αν πάρει το μικρό αυτοκίνητο βρίσκει εύκολα χώρο στάθμευσης και έτσι είναι στην ώρα του στην δουλειά με πιθανότητα 0.9. Αλλοιώς, αν πάρει το μεγάλο αμάξι είναι στην δουλειά του με πιθανότητα 0.6. Αν κάποιο πρωινό είναι στην ώρα του, ποια είναι η πιθανότητα να οδήγησε το μικρό αμάξι;

ΛΥΣΗ

Θέτουμε τα εξής ενδεχόμενα :

A=(να οδηγήσει το μικρό)

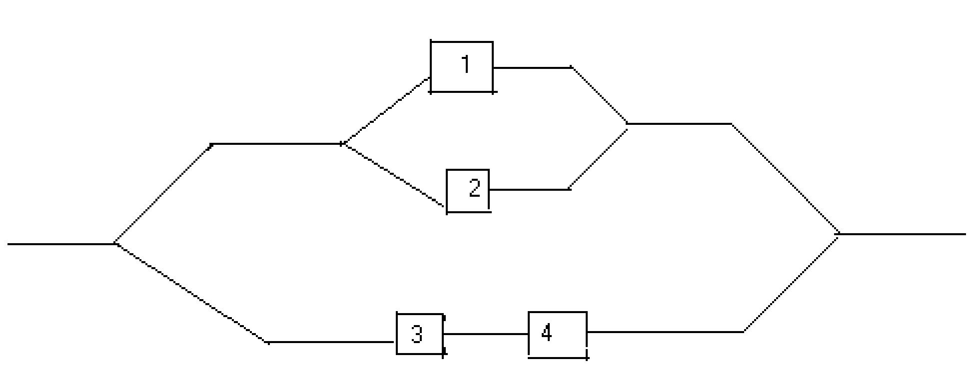
B=(να είναι στην ώρα του)

C=(να οδηγήσει το μεγάλο) και επίσης έχουμε: $P(A)=0.75$, $P(C)=0.25$, $P(B|A)=0.9$,

και $P(B|C)=0.6$ από την εκφώνηση.

Άρα έχουμε: $P(A|B)=P(B|A)\cdot P(A)/P(B\cap A)+P(B\cap C)=$
$P(B|A)\cdot P(A)/\ P(B|A)\cdot P(A)+P(B|C)\cdot P(C)=0.9\cdot 0.75/0.9\cdot 0.75+0.6\cdot 0.25=9/11$

3. Έστω το παρακάτω σύστημα:



Οι συνιστώσες 1 και 2 είναι παράλληλα συνδεδεμένες οπότε το υποσύστημα δουλεύει αν και μόνο αν είτε η 1 είτε η 2 λειτουργούν. Το άλλο υποσύστημα δουλεύει αν και μόνο αν και οι δύο συνιστώσες 3 και 4 λειτουργούν. Αν οι συνιστώσες λειτουργούν ανεξάρτητα και P(συνιστώσα i να λειτουργεί)=0.9 για i=1,2,3,4 να βρεθεί η πιθανότητα το σύστημα να λειτουργεί.

ΛΥΣΗ

P(λειτουργεί)$=P[(1\cap 3\cap 4)\cup(2\cap 3\cap 4)]=P(1\cap 3\cap 4)+P(2\cap 3\cap 4)-P(1\cap 2\cap 3\cap 4)=$
$(0.9)^3+(0.9)^3-(0.9)^4=0.8019$

4. Μια εταιρεία έχει 6 τηλεφωνικές γραμμές και έστω X ο αριθμός των γραμμών που χρησιμοποιούνται κάποια χρονικη στιγμή. Έστω ότι η X έχει συνάρτηση μάζας πιθανότητας:

X	0	1	2	3	4	5	6
P(X)	c	0.15	0.20	0.25	0.20	0.06	0.04

α) Να βρεθεί η c
β) Να βρεθεί η πιθανότητα να χρησιμοποιούνται το πολύ 3 γραμμές
γ) Να βρεθεί η πιθανότητα να χρησιμοποιούνται λιγότερο από 3 γραμμές
δ) Να βρεθεί η πιθανότητα να χρησιμοποιούνται τουλάχιστον 3 γραμμές

ΛΥΣΗ

α) $c+0.15+0.2+0.25+0.2+0.06+0.04=1 \Leftrightarrow c=0.1$
β) $P(X\leq 3)=P(0)+P(1)+P(2)+P(3)=0.7$
γ) $P(X<3)= P(0)+P(1)+P(2)=0.45$
δ) $P(X\geq 3)=P(3)+P(4)+P(5)+P(6)=0.55$

5. Δίνεται ότι για μια τυχαία μεταβλητή Ψ η σ.μ.π. είναι $P(\Psi=\psi)=\kappa\psi$, $\psi=1,2,3,4,5$.
α) Να βρεθεί η σταθερά κ
β) Να υπολογιστεί η $P(\Psi\leq 2)$
γ) Να υπολογιστεί η $P(1<\Psi\leq 3)$
δ) Γίνεται η συνάρτηση $P(\Psi=\psi)=50/\psi^2$, $\psi=1,2,3,4,5$ να είναι συνάρτηση μάζας πιθανότητας;

ΛΥΣΗ

α) $\kappa(1+2+3+4+5)=1 \Leftrightarrow 15\kappa=1 \Leftrightarrow \kappa=1/15$
β) $P(\Psi\leq 2)=P(1)+P(2)=1/15+2/15=1/5$
γ) $P(1<\Psi\leq 3)=P(2)+P(3)=2/15+3/15=1/3$
δ) Δεν γίνεται η $P(\Psi)=50/\psi^2$ να είναι σ.μ.π. διότι:
$50/1+50/4+50/9+50/16+50/25\neq 1$, για $\psi=1,2,3,4,5$