

ΑΣΚΗΣΕΙΣ - 2

1. Να βρεθεί η καρτεσιανή εξίσωση για τις πιο κάτω καμπύλες.

$$(i) r = 3 \sin \theta \quad (ii) r = \tan \theta \sec \theta \quad (iii) r = \frac{6}{3 \cos \theta + 2 \sin \theta}$$

2. Να βρεθεί η πολική εξίσωση για τις πιο κάτω καμπύλες.

$$(i) x^2 + y^2 + 6y = 0 \quad (ii) 9xy = 4 \quad (iii) x^2(x^2 + y^2) = y^2$$

3. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των πιο κάτω καμπυλών σε πολικές συντεταγμένες.

$$(i) r = -5 + 5 \sin \theta \quad (ii) r = -1 - \cos \theta \quad (iii) r = 1 + 2 \sin \theta \quad (iv) r = 1 - 2 \cos \theta$$

$$(v) r^2 = 9 \cos 2\theta \quad (vi) r^2 = \sin 2\theta \quad (vii) r = 3 \sin 2\theta \quad (viii) r = \sin 3\theta$$

4. Να βρεθεί το εμβαδόν του χωρίου

- (i) που περικλείεται από την καμπύλη $r = 4 \cos 3\theta$,
- (ii) στο εσωτερικό της $r = 2a \cos 2\theta$ και στο εξωτερικό του κύκλου $r = a\sqrt{2}$,
- (iii) που είναι κοινό στο κύκλο $r = 3 \cos \theta$ και στο καρδιοειδές $r = 1 + \cos \theta$,
- (iv) στο εσωτερικό του κύκλου $r = 10$ και στα δεξιά της ευθείας $r \cos \theta = 6$,
- (v) στο εσωτερικό της $r = 2 + 2 \cos \theta$ και στα δεξιά της ευθείας $r \cos \theta = \frac{3}{2}$.

5. Να βρεθεί η κλίση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο που δίνεται.

- (i) $r = 1 + \sin \theta$, $\theta = \frac{\pi}{4}$
- (ii) $r = a \sec 2\theta$, $\theta = \frac{\pi}{6}$
- (iii) $r = 3 - 4 \sin \theta$, $\theta = \pi$

6. Να βρεθεί το μήκος τόξου της καμπύλης.

- (i) $r = 2a \cos \theta$
- (ii) $r = \sin^2 \frac{\theta}{2}$ από $\theta = 0$ ως $\theta = \pi$
- (iii) $r = \sin^3 \frac{\theta}{3}$ από $\theta = 0$ ως $\theta = \frac{\pi}{2}$

7. Να βρεθούν τα σημεία της καμπύλης $r = a(1 + \cos \theta)$, όπου η εφαπτομένη είναι (i) οριζόντια και (ii) κατακόρυφη.

8. Να βρεθούν τα σημεία της καμπύλης $r = 1 - 2 \sin \theta$, όπου η εφαπτομένη είναι οριζόντια.

9. Να γίνει η γραφική παράσταση της καμπύλης $(x^2 + y^2)^3 = 4x^2y^2$.

10. Να γίνει η γραφική παράσταση των πιο κάτω καμπυλών και να βρεθεί το μήκος τους.

$$(i) r = \cos^4 \left(\frac{\theta}{4} \right) \quad (ii) r = \cos^2 \left(\frac{\theta}{2} \right)$$

11. Να βρεθεί το εμβαδόν της επιφάνειας που παράγεται από την περιστροφή της καμπύλης $r^2 = \cos 2\theta$ γύρω από την ευθεία $\theta = \frac{\pi}{2}$.