

ΑΣΚΗΣΕΙΣ - 3

1. Να προσδιοριστεί το είδος της κωνικής τομής για τις πιο κάτω εξισώσεις. Για την κάθε περίπτωση, να βρεθούν οι κορυφές και οι εστίες.

(i) $x^2 = 4y - 2y^2$

(ii) $y^2 - 8y = 6x - 16$

(iii) $y^2 + 2y = 4x^2 + 3$

(iv) $4x^2 + 4x + y^2 = 0$

2. Να βρεθεί η εξίσωση της παραβολής που ικανοποιεί τις δοσμένες συνθήκες.

(i) κορυφή $(3, 2)$ και εστία $(3, 6)$

(ii) εστία $(-4, 0)$ και διευθετούσα $x = 2$

(iii) κορυφή $(2, 3)$, με κατακόρυφο άξονα και διέρχεται από το σημείο $(1, 5)$

(iv) με οριζόντιο άξονα και διέρχεται από τα σημεία $(-1, 0)$, $(1, -1)$ και $(3, 1)$

3. Να βρεθεί η εξίσωση της έλλειψης που ικανοποιεί τις δοσμένες συνθήκες.

(i) εστίες $(0, 2)$, $(0, 6)$ και κορυφές $(0, 0)$, $(0, 8)$

(ii) εστίες $(0, -1)$, $(8, -1)$ και κορυφή $(9, -1)$

(iii) κέντρο $(-1, 4)$, κορυφή $(-1, 0)$ και εστία $(-1, 6)$

(iv) εστίες $(\pm 4, 0)$ και διέρχεται από το σημείο $(-4, 1.8)$

4. Να βρεθεί η εξίσωση της υπερβολής που ικανοποιεί τις δοσμένες συνθήκες.

(i) εστίες $(-3, -7)$, $(-3, 9)$ και κορυφές $(-3, -4)$, $(-3, 6)$

(ii) εστίες $(-2, 2)$, $(8, 2)$ και κορυφές $(-1, 2)$, $(7, 2)$

(iii) κορυφές $(\pm 3, 0)$ και ασύμπτωτες $y = \pm 2x$

(iv) εστίες $(2, 0)$, $(2, 8)$ και ασύμπτωτες $y = \frac{1}{2}x + 3$ και $y = -\frac{1}{2}x + 5$

5. Να βρεθεί η εξίσωση της έλλειψης που κατασκευάζεται από σημείο που κινείται με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε το άθροισμα των αποστάσεων του από τα σημεία $(4, 1)$ και $(4, 5)$ να είναι ίσο με 12.

6. Να βρεθεί η εξίσωση της υπερβολής που κατασκευάζεται από σημείο που κινείται με τέτοιο τρόπο έτσι ώστε η διαφορά των αποστάσεων του από τα σημεία $(0, 0)$ και $(1, 1)$ να είναι ίση με 1.

7. Να δειχθεί ότι οι κάτω εξισώσεις αντιπροσωπεύουν παραβολή. Για τη καθεμιά, να βρεθεί η κορυφή, η εστία και η διευθετούσα.

(i) $x^2 + 2xy + y^2 + 4\sqrt{2}x - 4\sqrt{2}y = 0$

(ii) $x^2 - 2\sqrt{3}xy + 3y^2 - 8\sqrt{3}x - 8y = 0$

(iii) $9x^2 - 24xy + 16y^2 - 80x - 60y + 100$

8. Ναδειχθεί ότι οι κάτω εξισώσεις αντιπροσωπεύουν έλλειψη. Για τη καθεμιά, να βρεθούν οι κορυφές, οι εστίες και τα άκρα των μικρών αξόνων.

(i) $288x^2 - 168xy + 337y^2 - 3600 = 0$

(ii) $25x^2 - 14xy + 25y^2 - 288 = 0$

(iii) $31x^2 + 10\sqrt{3}xy + 21y^2 - 32x + 32\sqrt{3}y - 80 = 0$

9. Ναδειχθεί ότι οι κάτω εξισώσεις αντιπροσωπεύουν υπερβολή. Για τη καθεμιά, να βρεθούν οι κορυφές, οι εστίες και οι ασύμπτωτες.

(i) $x^2 - 10\sqrt{3}xy + 11y^2 + 64 = 0$

(ii) $17x^2 - 312xy + 108y^2 - 900 = 0$

(iii) $32y^2 - 52xy - 7x^2 + 72\sqrt{5}x - 144\sqrt{5}y + 900 = 0$

10. Δίνονται οι πιο κάτω κωνικές τομές. (a) Να προσδιοριστεί το είδος της, (b) να βρεθεί η εξίσωση της διευθετούσας και (c) να γίνει η γραφική της παράστασης.

(i) $r = \frac{4}{5 - 4 \sin \theta}$ (ii) $r = \frac{2}{3 + 3 \sin \theta}$ (iii) $r = \frac{3}{2 + 2 \cos \theta}$

(iv) $r = \frac{9}{6 + 2 \cos \theta}$ (v) $r = \frac{8}{4 + 5 \sin \theta}$ (vi) $r = \frac{3}{4 - 8 \cos \theta}$