

## Ασκήσεις 2

**2.1** Να δειχθεί ότι  $\frac{\sin 4\theta}{\sin \theta} = 8 \cos^3 \theta - 4 \cos \theta$ .

**2.2** Να δειχθεί ότι  $\cos 4\theta = 8 \sin^4 \theta - 8 \sin^2 \theta + 1$ .

**2.3** Να λυθεί η εξίσωση  $z^3 + 3z^2 + 3z + 2 = 0$ .

**2.4** Να δειχθεί ότι

$$e^{\cos x} \cos(\sin x) = 1 + \frac{\cos x}{1!} + \frac{\cos 2x}{2!} + \frac{\cos 3x}{3!} + \dots$$

$$e^{\cos x} \sin(\sin x) = \frac{\sin x}{1!} + \frac{\sin 2x}{2!} + \frac{\sin 3x}{3!} + \dots$$

Στη συνέχεια να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^\pi e^{\cos x} \cos(\sin x) dx.$$

**2.5** Να υπολογιστεί η σειρά  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{\cos n\theta}{2^n}$ .

**2.6** Να βρεθεί η καμπύλη που αντιπροσωπεύεται από την εξίσωση  $|z + 1| = |z - i|$ .

**2.7** Αν  $z = \cos \theta + i \sin \theta$ , αναπτύσσοντας τη  $(z + \frac{1}{z})^5 (z - \frac{1}{z})^5$ , να δειχθεί ότι

$$\sin^5 \theta \cos^5 \theta = \frac{1}{29} (\sin 10\theta - 5 \sin 6\theta + 10 \sin 2\theta).$$

Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^5 \theta \cos^5 \theta d\theta.$$

**2.8** Να υπολογιστούν τα ολοκληρώματα

$$\int_0^c e^{ax} \cos bx dx, \quad \int_0^c e^{ax} \sin bx dx,$$

όπου  $a$ ,  $b$  και  $c$  είναι σταθερές.

**2.9** Να υπολογιστούν τα αθροίσματα

(i)  $1 + \cos \phi + \cos 2\phi + \cos 3\phi + \dots + \cos n\phi$

(ii)  $\sin \phi + \sin 2\phi + \sin 3\phi + \dots + \sin n\phi$