

4.1 Να υπολογιστούν τα εξής:

- (i) $(1, -2, 0) + (-2, 3, 4)$
- (ii) $(1, -2, 0, 3) + (4, -3, -2, 0)$
- (iii) $(1, -1) + (-1, 1)$
- (iv) $(1, -1, 2) + (1, 0, 1, 0)$
- (v) $(1, -2, 3) - 2(1, -1, -2)$
- (vi) $-3(1, -2, 1, 0)$
- (vii) $3(1, -1, 2) - (1, -2, 1)$

4.2 Να βρεθούν οι τιμές των x και y έτσι ώστε $(x, 5) = (y - x, y)$.

4.3 Να βρεθούν οι τιμές των x , y και z έτσι ώστε

$$(2, -3, 4) = x(1, 1, 1) + y(1, 1, 0) + z(1, 0, 0).$$

4.4 Να δειχθεί ότι $\emptyset \mathbf{u} = \emptyset$, όπου \emptyset είναι το μηδενικό διάνυσμα.

4.5 Αν \mathbf{u} είναι ένα διάνυσμα στον \mathbb{R}^n και \emptyset είναι το μηδενικό διάνυσμα στον \mathbb{R}^n , να δειχθεί ότι το \emptyset είναι ορθογώνιο με το \mathbf{u} .

4.6 Να υπολογιστεί το εσωτερικό γινόμενο $\langle \mathbf{u}, \mathbf{v} \rangle$:

- (i) $\mathbf{u} = (2, -3, 6)$, $\mathbf{v} = (8, 2, -3)$
- (ii) $\mathbf{u} = (1, -8, 0, 5)$, $\mathbf{v} = (3, 6, 1, 2)$
- (iii) $\mathbf{u} = (3, -5, 2, 1)$, $\mathbf{v} = (4, 1, -2, 5)$

4.7 Να βρεθεί η τιμή της σταθεράς k έτσι ώστε τα διανύσματα \mathbf{u} και \mathbf{v} να είναι ορθογώνια.

- (i) $\mathbf{u} = (1, k, -3)$, $\mathbf{v} = (2, -5, 4)$
- (ii) $\mathbf{u} = (2, 3k, -4, 1, 5)$, $\mathbf{v} = (6, -1, 3, 7, 2k)$

4.8 Να βρεθεί η απόσταση μεταξύ των διανυσμάτων \mathbf{u} και \mathbf{v}

- (i) $\mathbf{u} = (1, 7)$, $\mathbf{v} = (6, -5)$
- (ii) $\mathbf{u} = (3, -5, 4)$, $\mathbf{v} = (6, 2, -1)$

4.9 Να βρεθεί η τιμή της σταθεράς k έτσι ώστε η απόσταση των διανυσμάτων $\mathbf{u} = (2, k, 1, -4)$ και $\mathbf{v} = (3, -1, 6, -3)$ να είναι ίση με 6.

4.10 Να βρεθεί το μέτρο $\|\mathbf{u}\|$ του διανύσματος \mathbf{u}

(i) $\mathbf{u} = (2, -7)$

(ii) $\mathbf{u} = (3, -12, -4)$

4.11 Να βρεθεί η τιμή της σταθεράς k έτσι ώστε $\|\mathbf{u}\| = \sqrt{39}$, όπου $\mathbf{u} = (1, k, -2, 5)$.

4.12 Να εξεταστεί ποια από τα παρακάτω διανύσματα είναι μοναδιαία:

(i) $\mathbf{u} = (1, 0, -\frac{1}{2})$

(ii) $\mathbf{u} = (0, -1, 0)$

(iii) $\mathbf{u} = (\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{3})$

(iv) $\mathbf{u} = (\frac{1}{\sqrt{3}}, -\frac{1}{\sqrt{3}}, \frac{1}{\sqrt{3}})$

4.13 Να κανονικοποιηθούν τα διανύσματα

(i) $\mathbf{u} = (-3, 4)$

(ii) $\mathbf{u} = (1, -2, 0, 2)$

4.14 Να επαληθευτεί η ανισότητα των Cauchy-Schwartz στις πιο κάτω περιπτώσεις

(i) $\mathbf{u} = (1, -1)$, $\mathbf{v} = (0, 1)$

(ii) $\mathbf{u} = (1, 0, -1)$, $\mathbf{v} = (1, -1, 0)$

(iii) $\mathbf{u} = (1, 0, 0, -1)$, $\mathbf{v} = (2, 1, 0, 0)$

4.15 Να υπολογιστεί η γωνία μεταξύ των διανυσμάτων $\mathbf{u} = (-3, 0, 6, 2)$ και $\mathbf{v} = (1, -2, 0, 2)$.