



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΜΑΣ001, ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι
ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ

13/12/2014

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΑΡ. ΤΑΥΤΟΤΗΤΑΣ:

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ

ΑΣΚΗΣΗ	1	2	3	4	5	ΣΥΝΟΛΟ
ΒΑΘΜΟΣ						

Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 ασκήσεις.

ΑΣΚΗΣΗ 1: Να βρείτε την εξίσωση του κύκλου που περνά από το $(0,0)$ και εφάπτεται της ευθείας $y - 2 = 0$ στο $(4,2)$. **(B:4)**

ΑΣΚΗΣΗ 2: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} \frac{3-x^2}{2}, & x \leq 1 \\ \frac{1}{x}, & x > 1 \end{cases}$. **(B:7)**

(α) Να εξετάσετε αν η πιο πάνω συνάρτηση είναι συνεχής και παραγωγίσιμη $\forall x \in \mathbb{R}$.

(β) Βρείτε την παράγωγο της πιο πάνω συνάρτησης.

(γ) Βρείτε $\xi \in (0,2)$, ώστε να ικανοποιείται το Θεώρημα Μέσης Τιμής.

ΑΣΚΗΣΗ 3: (α) Να βρείτε την παράγωγο της $y = \sin^{-1}(x^3 + x)$. **(B:2)**

(β) Αν f είναι παραγωγίσιμη συνάρτηση στο $x = 0$ με $f(0) \neq 0$ και $\forall x \in \mathbb{R}$ ισχύει:
 $f^3(x) - x \cdot f^2(x) - x^2 \cdot f(x) = x^2 \cdot \sin x$, να δείξετε ότι $f'(0) = \frac{1}{3}$. **(B:2)**

ΑΣΚΗΣΗ 4: Να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα:

i. $\int \frac{x+1}{x^2-4x+8} dx$ **(B:4)**

ii. $\int x \cdot \tan^{-1} x dx$ **(B:3)**

Υπόδειξη: $(\tan^{-1} x)' = \frac{1}{1+x^2}$

iii. $\int \frac{7x^2-4x}{(x-2)(x^2+1)} dx$ **(B:4)**

iv. $\int \frac{1}{x^2\sqrt{4-x^2}} dx$ **(B:3)**

v. $\int_0^5 |x^2-2x-3| dx$ **(B:3)**

vi. Δίνεται ότι: $I_n = \int_0^1 x^n \cdot e^{ax} dx$, $n \geq 0$, $a \neq 0$. Να δειχθεί ότι:

$$I_n = \frac{1}{a}(e^a - n I_{n-1}), \quad \forall n \geq 1.$$

Ακολουθως, να υπολογίσετε το I_2 . **(B:4)**

ΑΣΚΗΣΗ 5: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^2+3}{x^2-1}$. Αφού βρείτε το πεδίο ορισμού,

τα σημεία τομής με τους άξονες, τα διαστήματα μονοτονίας, τα κρίσιμα και στάσιμα σημεία, τα τοπικά ακρότατα, τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση είναι κυρτή και κοίλη, τα σημεία καμψής και τις ασύμπτωτες, να την παραστήσετε γραφικά. **(B:14)**