



**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ**  
**ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ**

**ΜΑΣ001, ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι**

**ΤΕΛΙΚΗ ΕΞΕΤΑΣΗ**

**14/12/2013**

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΑΡ. ΤΑΥΤΟΤΗΤΑΣ:

**ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ**

Άσκηση	
<b>1</b>	
<b>2</b>	
<b>3</b>	
<b>4</b>	
<b>5</b>	
<b>ΣΥΝΟΛΟ</b>	

**Το εξεταστικό δοκίμιο αποτελείται από 5 θέματα.**

**Γράψτε το όνομα σας σε κάθε σελίδα.**

**ΘΕΜΑ 1: (α)** Να γράψετε υπό μορφή κλάσματος τον ρητό αριθμό  $5,7\overline{321}$ . **(B:2)**

**(β)** Να λυθεί η εξίσωση  $|x^2 - 1| = 2x - 2$ . **(B:3)**

**ΘΕΜΑ 2: (α)** Να προσδιοριστούν, αν υπάρχουν, τα όρια: **(B: 1.5-1.5-2)**

$$\text{ί. } \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + x - 2}{x + 3} \quad \text{ίί. } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x - 4}{5 + \left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{1}{x}} - 2x} \quad \text{ίίί. } \lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{4x^2 + 5x + 7} - 2x)$$

**(β)** Να βρεθούν τα **απόλυτα ακρότατα** (αν υπάρχουν) της συνάρτησης  $f(x) = x + \frac{1}{x}$  στο διάστημα  $[-2, 0)$ . **(B: 3)**

**(γ)** Να δειχτεί ότι η εξίσωση  $\sqrt{x} + \frac{1}{x} - x \cos(\pi x) = 0$  έχει **τουλάχιστον μια ρίζα** στο διάστημα  $[1, 2]$ . **(B: 2)**

**ΘΕΜΑ 3:** Να υπολογίσετε τα ολοκληρώματα: **(B:2.5-2.5-4.5-4.5)**

$$\text{ί. } \int x^3 \sqrt{1-x^2} dx$$

$$\text{ίί. } \int \tan^{-1} x dx$$

$$\text{ίίί. } \int \frac{\sin x}{\cos x(1 + \cos^2 x)} dx$$

$$\text{ίiv. } \int_{1/2}^1 \frac{1}{x^2 \sqrt{1-x^2}} dx$$

**ΘΕΜΑ 4: (α)** Αν  $I_\nu = \int_1^e \ln^\nu x dx$ ,  $\nu \geq 1$  να δείξετε ότι  $I_\nu = e - \nu \cdot I_{\nu-1}$ . Ακολουθώντας,

**χρησιμοποιώντας το αποτέλεσμα**, να δείξετε ότι  $I_3 = 6 - 2e$ . **(B: 4)**

**(β)** Να υπολογίσετε το **εμβαδόν** της περιοχής που περικλείεται από τα γραφήματα των συναρτήσεων  $y = 9 - x^2$ ,  $y = 2x + 1$  και των ευθειών  $x = -5$ ,  $x = 1$  και να **σχεδιαστεί η περιοχή** αυτή. **(B: 6)**

**ΘΕΜΑ 5:** Δίνεται η  $f(x) = x^{\frac{2}{3}}(x^2 - 4)$ .

**(B:11)**

**(α)** Να βρείτε το **(i)** πεδίο ορισμού και **(ii)** τα σημεία τομής με τους άξονες .

**(β)** Να δείξετε ότι  $f'(x) = \frac{8(x^2 - 1)}{3x^{\frac{1}{3}}}$ . Μετά να βρείτε τα **(i)** διαστήματα μονοτονίας, **(ii)** τα

κρίσιμα σημεία, **(iii)** τα τοπικά ακρότατα και **(iv)** τα σημεία ανάκαμψης, αν υπάρχουν.

**(γ)** Να δείξετε ότι  $f''(x) = \frac{8(5x^2 + 1)}{9x^{\frac{4}{3}}}$ . Μετά να βρείτε τα **(i)** σημεία καμπής, **(ii)** τα διαστήματα

στα οποία η συνάρτηση είναι κυρτή και κοίλη, **(iii)** τις ασύμπτωτες.

**(δ)** Να την παραστήσετε γραφικά.