



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΥΠΡΟΥ
ΤΜΗΜΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

ΜΑΣ001, ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι

2^η ΕΝΔΙΑΜΕΣΗ ΕΞΕΤΑΣΗ

9/11/2013

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:
ΑΡ. ΤΑΥΤΟΤΗΤΑΣ:

ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ

Άσκηση	
1	
2	
3	
4	
ΣΥΝΟΛΟ	

Γράψτε το όνομα σας σε κάθε σελίδα.

ΘΕΜΑ 1: Έστω η συνάρτηση $f(x) = \begin{cases} x^2 - a, & x < 2 \\ bx^2 + \sin(x-2) - 3, & x \geq 2 \end{cases}$.

Να βρείτε τα $a, b \in \mathbb{R}$ ώστε η πιο πάνω συνάρτηση να είναι **συνεχής** και **παραγωγίσιμη** στο $x = 2$. **(B:4)**

ΘΕΜΑ 2: (α) Να εξετάσετε αν η συνάρτηση $f(x) = \cos x + x + 2\pi$, $x \in [-3\pi/2, -\pi/2]$ ικανοποιεί το Θεώρημα Μέσης Τιμής. Αν ναι, να βρείτε τον αριθμό c που ικανοποιεί το θεώρημα. **(B:2)**

(β) Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \ln(1 + e^{x^2-1})$. Να εξετάσετε αν ισχύει το Θεώρημα Rolle στο $[-1, 1]$ και αν ναι, να βρείτε το c του διαστήματος $(-1, 1)$. **(B:3)**

ΘΕΜΑ 3: (α) Αν η παραμετρική συνάρτηση είναι η $\begin{matrix} x = 1 + \csc \theta \\ y = \cot^2 \theta - 1 \end{matrix}$ να δείξετε ότι ισχύει η εξίσωση :

$$4 \left(\frac{d^2y}{dx^2} + y \right) = \left(\frac{dy}{dx} \right)^2. \quad \text{(B:2)}$$

(β) Να αποδείξετε ότι $(\cos^{-1} x)' = -\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$. **(B:1)**

(γ) Δίνεται η καμπύλη με παραμετρικές εξισώσεις $x = 2 \cos^{-1} t$ και $y = 3t^2 - 2t - 1$. Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο της με $t = 0$. **(B:2)**

ΘΕΜΑ 4: Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = \frac{x^3}{(x-2)^2}$. Αφού βρείτε το πεδίο ορισμού, τα σημεία τομής με τους

άξονες, τα διαστήματα μονotonίας, τα κρίσιμα σημεία, τα τοπικά ακρότατα, τα σημεία καμπής, τα διαστήματα στα οποία η συνάρτηση είναι κυρτή και κοίλη και τις ασύμπτωτες, να την παραστήσετε γραφικά. **(B:11)**