



### Ασκήσεις Κεφαλαίου 6

1. Να βρεθούν τα ολοκληρώματα:

i.  $\int \sqrt{x}(x^2 + 4x^3)dx$

ii.  $\int \left( \sqrt{x} - \frac{1}{\sqrt{x}} \right) dx$

iii.  $\int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx$

iv.  $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} \left( x + \frac{2}{\sin^2 x} \right) dx$

v.  $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\cos x}{\sin^2 x} dx$

vi.  $\int_{-2}^2 |2x - 5| dx$

2. Να βρεθεί η συνάρτηση  $f(x)$  τέτοια ώστε  $f'(x) = 6 - 5 \sin 2x$  και  $f(0) = 3$ .

3. Αν  $f'(x) = \sqrt{x}$  και  $f(1) = 5$ , να βρεθεί η συνάρτηση  $f(x)$ .

4. Να υπολογιστούν γεωμετρικώς τα εμβαδά που ορίζονται από τα πιο κάτω ολοκληρώματα:

i.  $\int_0^5 4x dx$

ii.  $\int_0^5 |x-1| dx$

iii.  $\int_0^{15} f(x) dx$ ,  $f(x) = \begin{cases} \frac{4}{3}x, & x \leq 3 \\ 4, & 3 < x < 12 \\ -\frac{4}{3}x + 20, & x \geq 12 \end{cases}$

5. Να δειχθεί ότι  $\int_0^1 x^2 \sin x dx \leq \frac{1}{3}$ .

6. Να βρεθεί η τιμή του  $x$ :

i.  $\int_1^x \frac{1}{\sqrt{t}} dt = 3$

ii.  $\int_x^0 \frac{1}{(3t+1)^2} dt = -\frac{1}{6}$

iii.  $\int_2^x (4t-1) dt = 9$

7. Να βρεθεί η μέση τιμή της  $f(x)$  στο διάστημα που δίνεται και να βρεθούν όλες οι τιμές που αναφέρονται στο θεώρημα μέσης τιμής για ολοκληρώματα.

i.  $f(x) = 2 + |x|$ ,  $[-3,1]$

ii.  $f(x) = \sin^2 x$ ,  $[0, \pi]$

iii.  $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+9}}$ ,  $[0,4]$

8. Να υπολογιστούν οι πιο κάτω παράγωγοι:

i.  $\frac{d}{dx} \left[ \int_{x^2}^{x^3} \sin^2 t dt \right]$

ii.  $\frac{d}{dx} \left[ \int_{-x}^x \frac{1}{1+t} dt \right]$

iii.  $\frac{d}{dx} \left[ \int_{-1}^{x^2+\sqrt{x}} (t+\sqrt{t}) dt \right]$

9. Αν  $F(x) = \int_1^x \frac{1}{1+t^2} dt$ , να βρεθούν: (i)  $F(1)$  και (ii)  $F'(1)$ .