

Ασκήσεις Κεφαλαίου 2

1. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών των παρακάτω συναρτήσεων

i. $f(x) = x^2 - 3x + 2$

ii. $f(x) = x + \cos x$

iii. $f(x) = x + 1/x$

iv. $f(x) = |2x - 4| - x$

v. $f(x) = \frac{1}{x^2 - 1}$

2. Απαλείφοντας τις απόλυτες τιμές να οριστεί τμηματικά η συνάρτηση

$$f(x) = |x - 5| - |x - 3|$$

και να γίνει η γραφική της παράσταση.

3. Με τη χρήση της γραφικής παράστασης της $y = |x|$, να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των παρακάτω συναρτήσεων

i. $y = |x - 4|$

ii. $y = |x| + 4$

iii. $y = |x - 4| + 4$

iv. $y = |x + 5| - 2$

4. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού της συνάρτησης $f(x) = \frac{1}{|x - 3|^2 + |x - 3| - 6}$.

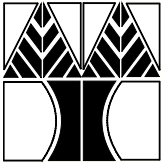
Να βρεθούν συναρτήσεις $f_1(x), f_2(x), f_3(x)$, τέτοιες ώστε $(f_1 \circ f_2 \circ f_3)(x) = f(x)$.

5. Δίνονται οι συναρτήσεις $f_1(x) = 5x + 4$ και $f_2(x) = 6x + c$, όπου c είναι σταθερά. Να υπολογιστεί η τιμή της σταθεράς c τέτοια ώστε $f_1 \circ f_2 = f_2 \circ f_1$.

6. Αν $f_1(x) = \sqrt{1 - x^2}$ και $f_2(x) = \sin 3x$, να υπολογιστούν:

i. $(f_1 + f_2)(x)$

ii. $(f_1 - f_2)(x)$



iii. $(f_1 f_2)(x)$

iv. $\left(\frac{f_1}{f_2}\right)(x)$

v. $(f_1 \circ f_2)(x)$

vi. $(f_2 \circ f_1)(x)$

Σε κάθε περίπτωση να δίνεται το πεδίο ορισμού.

7. Να βρεθεί η $f^{-1}(x)$ και το πεδίο ορισμού της όταν

i. $f(x) = (x+2)^4, x \geq 0$

ii. $f(x) = \sqrt{x+3}$

iii. $f(x) = 3x^2 + 5x - 2, x \geq 0$

iv. $f(x) = x - 5x^2, x \geq 1$

8. Αν $f(x) = \frac{x^3}{x^2+1}$, να βρεθεί η τιμή του x που ικανοποιεί την εξίσωση
 $f^{-1}(x) = 2$.

9. Να βρεθεί η τιμή της σταθεράς τέτοια ώστε η συνάρτηση $f(x) = \frac{2x}{x+c}$ να έχει ως
αντίστροφη τον εαυτό της.

10. Να λυθούν οι εξισώσεις

i. $\ln\left(\frac{1}{x}\right) + \ln(2x^3) = \ln 3$

ii. $e^{-2x} - 3e^{-x} = -2$

11. Να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των πιο κάτω εξισώσεων

i. $y = x^3 - 1$

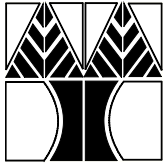
ii. $y = (x-2)^3$

iii. $y = (x+1)^3 - 2$

iv. $y = -x^3$

v. $y = -(x-1)^3$

vi. $y = -(x-1)^3 + 2$



12. Να βρεθεί το πεδίο τιμών των πιο κάτω συναρτήσεων

i. $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$

ii. $f(x) = 5 - x^2$

iii. $f(x) = \frac{|x|}{x}$

iv. $f(x) = x - |x|$

13. Να βρεθεί το πεδίο τιμών των πιο κάτω συναρτήσεων

i. $f(x) = \frac{1}{(x-2)(x-3)}$

ii. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

iii. $f(x) = \begin{cases} x-1, & 0 \leq x \leq 3 \\ x-2, & 3 < x < 4 \end{cases}$

14. Να γίνει η γραφική παράσταση της συνάρτησης $f(x) = |x| + |x-1|$.

15. Να βρεθεί το πεδίο ορισμού και το πεδίο τιμών της συνάρτησης $f(x) = \sqrt{5-4x-x^2}$.

16. Για τις συναρτήσεις:

i. $f(x) = (x-2)(x+1)$

ii. $f(x) = x^2$

iii. $f(x) = 4 - x^2$

να γίνουν οι γραφικές παραστάσεις των:

(α) $y = f(x)$

(β) $y = |f(x)|$

(γ) $y = \frac{1}{2}f(x) + \frac{1}{2}|f(x)|$