

Ασκήσεις Κεφαλαίου 1

1. Να δειχθεί ότι οι πιο κάτω δεκαδικοί αριθμοί είναι ρητοί:

i. $0,123123123123\dots$

ii. $12,77777777\dots$

iii. $0,4296000000\dots$

iv. $1,7299999999\dots$

2. Να λυθούν οι ανισώσεις:

i. $\frac{4}{2-x} \leq 1$

ii. $(x-4)(x+2) > 0$

iii. $\frac{1}{x+1} \geq 3x-2$

iv. $x^3 - 3x + 2 < 0$

3. Να λυθούν οι εξισώσεις:

i. $|5x+4| = -1$

ii. $|3x+2| = 5$

iii. $|x-4|^2 - 4|x-4| = 12$

iv. $\left| \frac{x-3}{x-4} \right| = 5$

v. $|4x+5| = |8x-3|$

4. Να λυθούν οι ανισώσεις:

i. $\left| \frac{3-2x}{2+x} \right| \leq 4$

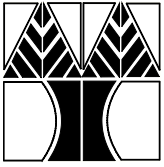
ii. $\frac{1}{|x-4|} - \frac{1}{|x+7|} < 0$

5. Να λυθούν οι ανισώσεις:

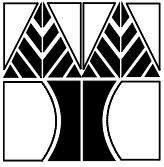
i. $\left| \frac{2x-1}{x} \right| > 2$

ii. $\left| \frac{x}{x+2} \right| \leq 2$

iii. $|3x-4| \geq |2x+1|$



6. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας στις ακόλουθες περιπτώσεις:
- Έχει κλίση ίση με -2 και τεταγμένη επί την αρχή των αξόνων ίση με 7 .
 - Διέρχεται από το σημείο $(-1,2)$ και είναι κάθετη με την ευθεία $3x + 2y = 5$.
 - Σχηματίζει γωνία $\theta = \frac{\pi}{2}$ με τον άξονα των x και διέρχεται από το σημείο $(5,-2)$.
 - Σχηματίζει γωνία $\theta = \frac{\pi}{4}$ με την ευθεία $y = 3x + 4$ και διέρχεται από την αρχή των αξόνων.
7. Να βρεθούν οι τιμές της σταθεράς k για τις οποίες η ευθεία με εξίσωση $3x + ky = 4$:
- Έχει κλίση ίση με 2
 - Τεταγμένη επί την αρχή ίση με 5
 - Διέρχεται από το σημείο $(-2,4)$
 -
 - Είναι παράλληλη με την ευθεία $2x - 5y = 1$
 - Είναι κάθετη με την ευθεία $4x + 3y = 2$
8. Να βρεθεί η εξίσωση της μεσοκαθέτου στο ευθύγραμμο τμήμα που έχει άκρα $A(-2,-3)$ και $B(1,1)$.
9. Δίνεται τρίγωνο με κορφές $A(-4,2)$, $B(0,-1)$ και $\Gamma(3,3)$. Να βρεθούν η περίμετρος και οι γωνίες του τριγώνου.
10. Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου που διέρχεται από τα σημεία $A(1,1)$, $B(2,0)$ και $\Gamma(-1,-3)$. Στη συνέχεια να βρεθούν οι συντεταγμένες του κέντρου και η ακτίνα του.
11. Να βρεθεί η εξίσωση της ευθείας που είναι κάθετη στην ευθεία $3y + x = 5$ και διέρχεται από το σημείο τομής των ευθειών $2x + 3y = 13$ και $5x - 4y = -2$.
12. Να βρεθούν οι εξισώσεις των παράλληλων ευθειών της ευθεία $3x + 4y = 7$ οι οποίες έχουν κάθετη απόσταση από αυτή ίση με 4 .
13. Να βρεθεί η εξίσωση του κύκλου ο οποίος έχει ίδιο κέντρο με τον κύκλο $x^2 + y^2 - 2x - 8y + 1 = 0$ και είναι εφαπτόμενος στην ευθεία $2x - y = 3$.
14. Να βρεθούν οι εξισώσεις των κύκλων οι οποίοι έχουν τα κέντρα τους πάνω στην ευθεία $4x + 3y = 8$ και εφάπτονται την ευθεία $x + y = -2$ και στην ευθεία $7x - y = -6$.



15. Να βρεθούν οι εξισώσεις των ευθειών που διέρχονται από το σημείο $(4,10)$ και εφάπτονται στον κύκλο $x^2 + y^2 - 4y = 36$.
16. Ένα σημείο (x, y) κινείται έτσι ώστε η απόσταση του από την ευθεία $x = 5$ να είναι διπλάσια από την απόσταση από την ευθεία $y = 8$. Να βρεθεί η εξίσωση της τροχιάς του σημείου.
17. Να βρεθεί το σημείο πάνω στην ευθεία $y = 2x + 1$ που έχει ίση απόσταση από τα σημεία $(0,0)$ και $(5,-2)$.
18. Να εξεταστεί αν οι παρακάτω εξισώσεις αντιπροσωπεύουν κύκλο, σημείο ή δεν έχουν γραφική παράσταση:
- $x^2 + y^2 + 8x + 8 = 0$
 - $x^2 + y^2 + 2x + 2y + 3 = 0$
 - $x^2 + y^2 - 4x + 2y + 5 = 0$
 - $2x^2 + 2y^2 + 4x - 4y = 0$
19. Να βρεθεί η κορυφή της παραβολής:
- $y = x^2 + x + 2$
 - $y = -x^2 + 4x + 5$
 - $y = x^2 - 3x - 4$
 - $y = 2x^2 - 3x + 1$